УДК 536.2

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В СТЕНКЕ ПРИ СТУПЕНЧАТОМ ИЗМЕНЕНИИ ТЕПЛОВОГО ПОТОКА

Л.Е. Лымбина

ФГБОУ ВПО «Южно-Уральский госуниверситет» (НИУ)
(г. Челябинск, Россия)

Предлагаемая методика оценки динамических процессов в теплопередающей стенке подробно анализируется с определением конечных расчетных уравнений и их адаптацией к конкретным условиям работы тепловых агрегатов. Определен круг задач, решаемых с помощью операционного исчисления, приведены конкретные примеры.

Ключевые слова: *теплообмен, интегральные преобразования, динамика тепловых процессов.*

The offered technique of an assessment of dynamic processes in a heat-transmitting wall explicitly is analyzed with determination of the finite estimated equations and their adaptation to specific conditions of operation of thermal aggregates. The circle of the tasks solved by means of operational calculation is defined, specific examples are given.

Keywords: *heat exchange, integral conversions, dynamics of thermal processes.*

В работе [1] методами операционного исчисления было решено уравнение теплопроводности при нестационарном режиме для стенки теплового агрегата, что соответствует изменяющимся граничным условиям. При вынужденном изменении плотности теплового потока q имеют дело с граничными условиями II рода, при изменении температуры сред – с граничными условиями III рода. Изменению плотности теплового потока со стороны рабочей среды q_1 может отвечать изменение в условиях теплообмена – например, установка или удаление тепловой изоляции, попадание на водоохлаждаемую поверхность жидкометаллического расплава, изменение соотношения «топливо – окислитель» и др. Со стороны охлаждающей среды также могут происходить изменения, отражающиеся на величине теплового потока q_2: изменения скорости и направления движения охлаждающей среды, изменение давления теплоносителя и др.

В этих условиях тепловые потоки J_1 и J_2 и температуры поверхностей ϑ_{c1} и ϑ_{c2} зависят от внешней компоненты теплового потока J_1^* и J_2^* и действия обратных связей, которые отражают влияние изменяющейся температуры стенки на тепловой поток, что в изображениях по Лапласу приводит к системе

$$J_1 = W_{11} \cdot J_1^* + W_{12} \cdot J_2^*; \qquad (1)$$

$$J_2 = W_{21} \cdot J_1^* + W_{22} \cdot J_2^*; \qquad (2)$$

$$\vartheta_{c1} = W_{11}^{c} \cdot J_1^* + W_{12}^{c} \cdot J_2^*; \tag{3}$$

$$\vartheta_{c2} = W_{21}^{c} \cdot J_1^* + W_{22}^{c} \cdot J_2^*, \tag{4}$$

где $W_{11} = P(y \cdot shy + æ_2 \cdot shy)$; $W_{21} = P \cdot æ_2$; $W_{12} = P \cdot æ_1$; $W_{22} = P(y \cdot shy + æ_1 \cdot shy)$; $W_{11}^{c} = W_{22}^{c} = P[shy + (æ_1 \cdot shy)/y]$; $P \equiv W_{12}^{c} \equiv W_{21}^{c} = [(æ_1 + æ_2)shy + (æ_1æ_2 + y^2)shy/y]^{-1}$.

Комплексный аргумент в области изображений по Лапласу p, соответствующий безразмерному времени в области оригиналов $Fo \equiv \alpha\tau/(\Delta x)^2$, обозначен в этих соотношениях «y». Зависимость между обычно применяемым аргументом в преобразованиях Лапласа и аргументом y следующая: $y^2 = p$ или $y = p^{0,5}$. Вновь введенное обозначение времени необходимо только для удобства написания соотношений, так как аргумент p в предыдущих соотношениях входил под знаком квадратного корня.

Безразмерные характеристики граничных условий $æ_1$ и $æ_2$ при конвективном механизме теплоотдачи, входящие как константы в динамические уравнения, есть числа Био: $æ_1 \equiv Bi_1 = \alpha_{10}\Delta x/\lambda$; $æ_2 \equiv Bi_2 = \alpha_{20}\Delta x/\lambda$, где Δx – полная толщина стенки, λ – коэффициент теплопроводности изотропного материала стенки, α_{10}, α_{20} – коэффициенты теплоотдачи конвекцией в стационарном режиме со стороны рабочей среды (индекс «10») и со стороны окружающего пространства (индекс «20»). Учет вклада излучения производится суммированием коэффициентов теплоотдачи – конвективного и лучистого. Следует отметить, что во все передаточные функции W_{ij} входит общий множитель, который обозначен как P. Все характерные особенности передаточных функций W_{ij} определяются наличием в них нулей и полюсов. При нулевом значении передаточной функции связь между соответствующими величинами отсутствует; для определения полюсов необходимо исследовать множитель P.

Для определения полюсов передаточных функций (1)–(4) рассмотрим уравнение:

$$(æ_1 + æ_2)chy + (æ_1æ_2 + y^2)shy/y = 0. \tag{5}$$

Это уравнение получено из знаменателя всех передаточных функций при равенстве его нулю; комплексный аргумент y, полученный из комплексного аргумента p, можно написать в обычной форме $y = u + iv$ и, развернув уравнение (5), приравнять нулю действительные и мнимые части этого уравнения, что дает систему уравнений для определения u и v

$$\begin{gathered}(æ_1 + æ_2)chy \cdot \cos\nu + u\left(1 + æ_1æ_2/\left(u^2 + \nu^2\right)\right)shu \times \\ \times \cos\nu - \nu\left(1 + æ_1æ_2/\left(u^2 + \nu^2\right)\right)chu \cdot \sin\nu = 0,\end{gathered} \tag{6}$$

$$\begin{gathered}(æ_1 + æ_2)chy \cdot \sin\nu + u\left(1 + æ_1æ_2/\left(u^2 + \nu^2\right)\right)chu \times \\ \times \sin\nu - \nu\left(1 + æ_1æ_2/\left(u^2 + \nu^2\right)\right)chu \cdot \cos\nu = 0.\end{gathered} \tag{7}$$

Можно убедиться [2], что единственным значением u, которое может удовлетворять обоим уравнениям (6), (7) при $æ_1 \geq 0$ и $æ_2 \geq 0$, является значение $u = 0$. При подстановке $u = 0$ в уравнение (6) получается тождественный нуль, а из уравнения (7) получается уравнение для определения ν

$$\left(æ_1 + æ_2\right)\mathrm{ctg}\nu = \nu - æ_1 æ_2 / \nu . \tag{8}$$

Входящие в трансцендентные уравнения величины $æ_1$ и $æ_2$ являются критериями массивности рассматриваемой стенки при учете коэффициентов теплоотдачи со стороны рабочей среды α_1 и окружающего агрегат пространства α_2. Уравнение (8), таким образом, можно представить в виде

$$\left(Bi_1 + Bi_2\right) \cdot \mathrm{ctg}\nu = \nu - Bi_1 Bi_2 / \nu , \tag{9}$$

откуда становится ясно, что на численную величину полюсов оказывают влияние критерии массивности, определенные для условий теплоотдачи на обеих поверхностях, а также, что из-за периодичности функций ctgν решений характеристического уравнения (9) будет бесчисленное множество: $p_k = -\nu_k^2$, k = 1, 2, 3… Можно также определить по самой форме уравнения (9), что все корни будут больше крайнего значения $Bi_1 = 0$ при фиксированном $Bi_2 + Bi_1 = Bi_2$ соответствует стенка с бесконечно малым термическим сопротивлением теплопроводности $\delta/\lambda \to 0$, чему отвечает $\delta \to 0$ или $\lambda \to \infty$ или $\alpha_1 \to 0$.

Если также представить уравнение (8) в форме

$$\mathrm{ctg}\nu = \frac{\nu}{æ_1 + æ_2} - \frac{æ_1 æ_2}{\nu\left(æ_1 + æ_2\right)} , \tag{10}$$

то становится ясно, что характеристическое уравнение (8) имеет много общего с характеристическим уравнением для безграничной пластины при симметричном нагреве с граничными условиями III рода $\mathrm{ctg}\mu = \dfrac{\mu}{Bi}$, только график ctgν пересекается не с прямой $1/Bi$, а с кривой линией, образуемой вычитанием ординат прямой линии, выходящей из начала координат $\nu/(æ_1 + æ_2)$, и гиперболы $æ_1 æ_2/\nu(æ_1 + æ_2)$. Нетрудно заметить, что уравнение (8) превращается в характеристическое уравнение для плоской стенки при $Bi_1 = 0$ или при $Bi_2 = 0$.

Как обычно, трансцендентное уравнение может быть решено только численно, но для анализа разовых зависимостей достаточно точным методом является аппроксимация. Легче всего аппроксимации находятся при разложении целых функций, входящих в передаточные функции (1)–(4), в ряды Тейлора в окрестности точки $p_k = 0$.

Исследуем свойства передаточных функций W_{11}, W_{12}, W_{21}, W_{22}

$$W_{21} = \frac{æ_2}{\left(æ_1 + æ_2\right) \cdot chy + \left(æ_1 æ_2 + y^2\right) \cdot shy / y}; \qquad (11)$$

$$W_{22} = \frac{yshy + æ_1 chy}{\left(æ_1 + æ_2\right) \cdot chy + \left(æ_1 æ_2 + y^2\right) \cdot shy / y}, \qquad (12)$$

две другие передаточные функции для рассматриваемого случая получаются заменой в числителе $æ_1$ на $æ_2$ и $æ_2$ на $æ_1$. Разделив числитель и знаменатель в этих выражениях на ($æ_1 æ_2 + æ_1 + æ_2$), получим

$$W_{21} = k_2 \Big/ \left(1 + a_1 p + a_2 p^2 + a_3 p^3 + ...\right), \qquad (13)$$

$$W_{22} = \left(b_0 + b_1 p + b_2 p^2 + b_3 p^3 +\right) \Big/ \left(1 + a_1 p + a_2 p^2 + a_3 p^3 +\right), \qquad (14)$$

где $k_2 = æ_2 \big/ \left(æ_1 + æ_2 + æ_1 æ_2\right) = \alpha_2 \big/ \left(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_1 \alpha_2 \delta / \lambda\right);$ (15)

$$a_j = \left[\frac{1}{(2j-1)!} + \frac{æ_1 + æ_2}{(2j)!} + \frac{æ_1 æ_2}{(2j+1)!}\right] \Big/ \left(æ_1 + æ_2 + æ_1 æ_2\right), j = 1, 2, 3\ldots; \qquad (16)$$

$$b_0 = æ_1 \big/ \left(æ_1 + æ_2 + æ_1 æ_2\right) = \alpha_1 \big/ \left(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_1 \alpha_2 \delta / \lambda\right); \qquad (17)$$

$$b_j = \left[\frac{1}{(2j-1)!} + \frac{æ_1}{(2j)!}\right] \Big/ \left(æ_1 + æ_2 + æ_1 æ_2\right), \; j = 1, 2, 3\ldots. \qquad (18)$$

Самая простая аппроксимация получается при сохранении в бесконечных суммах передаточных функций только два первых слагаемых, т. е. при $j = 1, 2$. В этом случае передаточные функции приобретают вид

$$W_{21} = k_2 \big/ \left(1 + T_q S\right); \qquad (19)$$

$$W_{22} = \left(b_0 + T_q S\right) \big/ \left(1 + T_q S\right); \qquad (20)$$

$$W_{11} = \left(c_0 + T_{\tilde{n}} S\right) \big/ \left(1 + T_q S\right); \qquad (21)$$

$$W_{12} = k_1 \big/ \left(1 + T_q S\right); \qquad (22)$$

$$W_{11}^c = W_{22}^c \left(d_0 + T_q S\right) \big/ \left(1 + T_q S\right); \qquad (23)$$

$$W_{21}^{c} = W_{12}^{c} = \left(æ_1 + æ_2 + æ_1 æ_2\right)^{-1} \Big/ \left(1 + T_q S\right), \tag{24}$$

где $T_b = b_1 T_s$; $T_c = c_1 T_s$; $T_d = d_1 T_s$; $T_q = a_1 T_s$.

Эти передаточные функции соответствуют процессам переноса теплоты в динамическом режиме в области изображений по Лапласу относительно безразмерного времени, т. е. числа Фурье $Fo = \lambda\tau / \rho c(\Delta x)^2$; для получения передаточных функций в области изображений относительно размерного времени τ был заменен аргумент-оператор p на $T_s \cdot s$, где T_s – постоянная времени, определяемая соотношением $T_s = \rho c(\Delta x)^2 / \lambda$. Эта замена без сложных преобразований объясняется тем, что в определении изображений по Лапласу $\varphi_л(s) = \int_0^\infty \varphi(\tau) \cdot e^{-st} d\tau$ независимые постоянные Δx и $\lambda/\rho c$ выносятся за знак интеграла.

Возмущения тепловых потоков, как со стороны рабочей среды δq_1, так и со стороны охлаждающей среды δq_2, передаются через стенку теплового агрегата, динамические свойства стенки ограждения соответствуют по терминологии теории автоматического управления (ТАУ) свойствам типового инерционного звена первого порядка с коэффициентами передачи (усиления) k_1 при нанесении возмущения со стороны рабочей среды и k_2 – при нанесении возмущения со стороны окружающей среды. Постоянная времени T_q при этом одинакова для обоих случаев

$$T_q = a_1 T_s = \rho c(\Delta x) \frac{1 + (\alpha_1 + \alpha_2)(\Delta x)/2\lambda + \alpha_1 \alpha_2 (\Delta x)^2 / 6\lambda^2}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_1 \alpha_2 (\Delta x)/\lambda}. \tag{25}$$

Теплопередающие поверхности агрегатов изготавливается из различных материалов, теплофизические свойства которых также изменяются с изменением температуры. Теплопроводность материалов ограждений рассматривалась в работе [3], где приведены данные для выбора рациональных технологических решений в условиях стационарного режима. Если представить интервал изменения коэффициентов теплоотдачи $\alpha = 10 \ldots 2 \cdot 10^3$ Вт/м·К от естественной конвекции до конвекции при фазовых переходах, а изменение теплопроводности материалов ограждений в интервале $\lambda = 0{,}01 \ldots 350$ Вт/м·К, то число Био ограждений при изменении их толщины $\Delta x = 0{,}005 \ldots 0{,}5$ м будет составлять $Bi = 1{,}4 \cdot 10^{-4} \ldots 10^5$.

Изменение условий теплопереноса относительно стационарного режима можно оценить в виде ступенчатого изменения плотности теплового потока δq относительно стационарного значения q_0, причем кратность изменения плотности теплового потока обозначим таким образом: $m = \dfrac{\delta q}{q_0} + 1$. Так, если плотность теплового потока от стационарного значения $q_0 = 400$ Вт/м^2 возрастает до 600 Вт/м^2, т. е. $\delta q = 200$ Вт/м^2, тогда $m = 1{,}5$; отсюда $\delta q = q_0(m - 1)$ и $J^* = \delta q / q_0 = m - 1$.

При произвольном, например, вынужденном скачкообразном изменении плотности теплового потока со стороны рабочей среды J_1^*, при сохранении условий отвода теплоты в окружающую среду $J^* = 0$ ($\delta q_2 = 0$) изменение температуры стенки со стороны рабочей среды δt_{c1}, можно определить в соответствии с (3) зависимостью

$$\vartheta_{c1} = W_{11}^c J_1^* = J_1^* \frac{d_0 + d_1 p}{1 + a_1 p} = (m-1)\frac{d_0 + d_1 p}{(1 + a_1 p)\, p}. \tag{26}$$

Переходная характеристика, т. е. реакция ϑ_{c1} на изменение J_1^* в области реального безразмерного времени Fo, определяется по формуле

$$\vartheta_{c1}(Fo) = L^{-1}\left\{(m-1)W_{11}^c / p\right\} = (m-1)L^{-1}\left\{W_{11}^c / p\right\}. \tag{27}$$

Используя табличные значения функций при переходе из области изображений [2] находим

$$L^{-1}\frac{d_0 + d_1 p}{p(1 + a_1 p)} = d_0\left(1 - \exp\frac{-Fo}{a_1}\right) + \frac{d_1}{a_1}\exp\frac{-Fo}{a_1} \tag{28}$$

и далее

$$\vartheta_{c1}(Fo) = (m-1)\left[d_0\left(1 - \exp\frac{-Fo}{a_1}\right) + \frac{d_1}{a_1}\exp\frac{-Fo}{a_1}\right]. \tag{29}$$

После подстановки значений d_0, d_1, a_1 при $j = 1$ получаем выражение для определения температуры внутренней поверхности теплового ограждения в функции чисел подобия æ$_1$, æ$_2$

$$\vartheta_{c1}(Fo) = (m-1)\left[f_1(æ_1, æ_2, Fo) + f_2(æ_1, æ_2, Fo)\right], \tag{30}$$

где

$$f_1(æ_1, æ_2, Fo) = \frac{1 + æ_1}{æ_1 + æ_2 + æ_1 æ_2}\left\{1 - \exp - \left[\frac{(æ_1 + æ_2 + æ_1 æ_2)Fo}{1 + 0{,}5(æ_1 + æ_2) + \frac{æ_1 æ_2}{6}}\right]\right\}; \tag{31}$$

$$f_2(æ_1, æ_2, Fo) = \frac{æ_1}{1 + 0{,}5(æ_1 + æ_2) + \frac{æ_1 æ_2}{6}}\exp\left[-\frac{(æ_1 + æ_2 + æ_1 æ_2)Fo}{1 + 0{,}5(æ_1 + æ_2) + \frac{æ_1 æ_2}{6}}\right]. \tag{32}$$

Расчет изменения температуры стенки со стороны рабочей среды t_{c1} по изложенному выше методу проводится на основе исходных данных для стационарного теплового режима и заданной кратности увеличения теплового потока m. Так как $\vartheta_{c1}(Fo)=\dfrac{t_{c1}-t_{c10}}{t_{c10}-t_{c20}}$, а $q_0=\dfrac{\lambda}{\Delta x}(t_{c10}-t_{c20})$, то

$$t_{c1}(Fo)=t_{c10}+(m-1)q_0\Delta x(f1+f2)/\lambda\ . \qquad (33)$$

Второе слагаемое в (33) отражает динамику изменения t_{c1}, что учитывает кратность увеличения теплового потока m, перепад температур в стенке в стационарном режиме $(t_{c10}-t_{c20})$ и собственно динамическую составляющую, представленную суммой функций (f_1+f_2). Следует отметить, что в случае многослойной стенки вместо $(t_{c10}-t_{c20})=\dfrac{q_0\Delta x}{\lambda}$ подставляется $(t_{c10}-t_{c20})=q_0\sum\dfrac{\Delta x_i}{\lambda_i}$. Для практических расчетов рационально представить (f_1+f_2) в виде простого соотношения

$$f=f_1+f_2=R_1-R_2\exp(-R_3Fo)\,, \qquad (34)$$

где

$$R_1=\frac{1+æ_1}{æ_1+æ_2+æ_1æ_2}\,; \qquad (35)$$

$$R_2=R_1-\frac{æ_1}{1+0{,}5(æ_1+æ_2)+0{,}167æ_1æ_2}\,; \qquad (36)$$

$$R_3=\frac{æ_1+æ_2+æ_1æ_2}{1+0{,}5(æ_1+æ_2)+0{,}167æ_1æ_2}\,. \qquad (37)$$

При анализе конкретных тепловых режимов можно предварительно рассчитать область значений коэффициентов R_1, R_2, R_3. Так как число Fo учитывается в (34) сомножителем R_3, то перевод в область размерного времени τ осуществляется простой заменой в показателе экспоненты R_3Fo на $R_3a\tau/(\Delta x)^2$.

Для адаптации полученных соотношений необходимо рассмотреть конкретные случаи переноса теплоты и динамики изменения температур в стенке при изменении условий теплопереноса. Так, для условий стальной стенки с λ = 23,3 Вт/м·К и коэффициентами теплоотдачи со стороны горячего теплоносителя с температурой $t_{ж1}$ = 400 ºС и α_{10} = 465 Вт/м^2·К и со стороны холодного теплоносителя с температурой $t_{ж2}$ = 80 ºС и α_{20} = 40 Вт/м^2·К для $a = 5{,}45\cdot10^{-6}$ м^2/с и Δx = 0,005 м получаем k_2 = 0,769, b_0 = 0,154, T_q = 9,24 с,

T_b = 7,42 с. Эти результаты, как показано в работе [4], мало отличаются от параметров переходных характеристик, рассчитанных с помощью сумм бесконечных рядов. В терминах ТАУ k_2 является коэффициентом усиления при переносе возмущения через стенку с заданными параметрами, T_q и T_b являются постоянными времени.

Для условий стационарного теплового режима q_0 = 11,694·10³ Вт/м², t_{c10} = 357 ºС, t_{c20} = 372 ºС при скачкообразном двукратном (m = 2) увеличении плотности теплового потока до q = 23,388·10³ Вт/м² реакция поверхности стенки, обращенной в высокотемпературную зону, может быть определена через изменение температуры $t_{c1} = \vartheta_{c1}(Fo)(t_{c10} - t_{c20}) + t_{c10} = 357 + 3(m-1)f = 357 + 3f$. Для æ$_1$ = 0,01 и æ$_2$ = 0,10 по формулам (35)–(37) находим R_1 = 9,91; R_2 = 9,908; R_3 = 0,1052. Значит, $t_{c1} = 357 + 3f = 357 + 3\left[R_1 - R_2\exp(-R_3 Fo)\right]$; для момента времени, в четыре раза превышающего T_b = 7,42 с, т. е. для τ = 30 с имеем $Fo = \frac{a\tau}{\Delta x^2} = 6{,}54$. И далее f = 4,93 и t_{c10} = 357 + 3·4,93 = 372 ºС. Приращение температуры стенки со стороны горячего теплоносителя на 15 ºС нужно учитывать при выборе материала теплопередающей стенки при работе в области температур, приближающихся к предельным.

При определении термической надежности теплопередающей стенки необходимо в формулу (33) вместо t_{c1} подставить предельную температуру материала стенки $t_{\text{пр}}$ и решить уравнение (33) относительно фактора, влияние которого исследуется, например кратности увеличения теплового потока относительно стационарного состояния $m_{\text{пр}} = 1 + (t_{\text{пр}} - t_{c10})/(q_0 \Delta x f)$. При этом необходимо иметь в виду, что самостоятельное функциональное значение имеет реальная плотность теплового потока, достигаемая при скачке m, т. е. $q = mq_0 = \delta q + q_0$. Если термическая надежность связана с процессами эрозионного износа, то в Bi вводится зависимость коэффициента теплоотдачи от числа Рейнольдса в виде $Nu = \varphi(\mathrm{Re})$ или $\alpha = (\lambda_{\text{г}}/l)\varphi(\mathrm{Re})$, где $\lambda_{\text{г}}$ – коэффициент теплопроводности газовой среды, а l – линейный размер обтекаемой поверхности теплообмена. Точно также исследуется влияние плотности теплового потока и температурного напора в стационарном состоянии: q_0 и Δt.

Проведенные в настоящей работе исследования базировались на ступенчатом изменении плотности теплового потока как наиболее жестком возмущении в отношении термической надежности теплопередающей стенки. Если в реальных условиях возмущения носят другой характер, например, повторяющиеся синусоидальные колебания теплового потока с циклической частотой ω и амплитудой A_m, то в качестве изображения сигнала принимается $J_1^* = A_m\omega/(p^2 + \omega^2)$, а передаточная функция остается прежней. Современные математические справочники содержат обширный набор прямых и обратных преобразований Лапласа, а такие пакеты, как *Mathcad, MapleV, Mathematica 3.0* и *MATHLAB 5.x,* содержат встроенные программы выполнения прямого и обратного преобразования Лапласа, но для безошибочной адаптации их к реальным тепловым процессам необходим анализ стадий преобразований, что и изложено выше.

Вывод

Применение методов операционного исчисления к определению динамики переноса теплоты через теплопередающую стенку дает возможность оперативно определить влияние различных факторов на термическую надежность поверхности стенки.

Список использованных источников

1. Торопов Е.Е. Математическое моделирование динамических процессов в теплопередающей стенке / Е.Е. Торопов, Л.Е. Лымбина // Механика и процессы управления: Труды XXXVI Уральского семинара. – Екатеринбург: УрО РАН, 2006. – Том 1. – С. 174 – 182.

2. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1968. – 720 с.

3. Кутателадзе С.С. Теплопередача и гидродинамическое сопротивление: Справочное пособие / С.С. Кутателадзе. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 367 с.

4. Чермак И. Динамика регулируемых систем в теплоэнергетике и химии / И.Чермак, В. Петерка, И. Заворка. – М.: Мир, 1972. – 624 с.